TALLER POLINOMIOS

1.- Dado el polinomio : $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$; Evaluar el polinomio P(x) en

$\alpha = -1$; $\alpha = -\dfrac{1}{2}$; $\alpha = \dfrac{1}{2}$; $\alpha = 3,2$; Determine el período del racional $P\left(\dfrac{1}{3}\right)$

Nota: Si $P(\alpha) = 0$; entonces se dice que α es un cero , o raíz de P

2.- Verifique si: $\alpha = -2$; $\alpha = \dfrac{1}{2}$; $\alpha = 3$; son raíces de $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$

3.- Dado el polinomio : $P(x) = 6x^3 + 13x^2 - 4$; Evaluar el polinomio P(x) en

$\alpha = -1$; $\alpha = \dfrac{1}{2}$; $\alpha = 1,5$;

¿ Están todas las raíces de P(x) en Z ? ¡¡Justifique su respuesta!!

4.- Considere el polinomio $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$;

Verifique si : $P(-1) = P(1) \wedge P(-2) = P(2)$

¿ Es $P(-n) = P(n)$, $\forall n \in IN$? ¡¡ Justifique su respuesta ¡¡

5.- Considere: $P(x) = 9x^4 - 36x^3 - \dfrac{7}{4}x^2 + \dfrac{29}{4}x - 1$

Obtenga los valores de $P(\pm \frac{1}{2})$; $P(\pm \frac{1}{3})$; $P(\pm \frac{1}{6})$

6.- Considere el polinomio $P(x) = 36x^4 - 25x^2 + 4$;

Verifique si : $P\left(-\frac{2}{3}\right) = P\left(\frac{2}{3}\right) \wedge P\left(-\frac{1}{2}\right) = P\left(\frac{1}{2}\right)$

¿ Es $P(-\frac{a}{b}) = P(\frac{a}{b})$, $\forall \frac{a}{b} \in Q$? ¡¡ Justifique su respuesta ¡¡

7.- Dados los polinomios: $P(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 1$; $Q(x) = x^2 + \sqrt{2}x + 1$

Evalué : $P(\sqrt{2})$; $Q(\sqrt{5})$; $P(\sqrt{8})$; $Q(-1)$

8.- Se sabe que $\alpha = \dfrac{1}{2}$ es raíz doble del polinomio $P(x) = 16x^4 + 4x^3 - 12x^2 + x + 1$,

Determine una factorización de P(x)

9.- Si P(x) ; Q(x) son los polinomios definidos en 7.-

Verifique que la siguiente afirmación:

P($\sqrt{n}$)Q($\sqrt{n}$) es un número natural , ¿Es verdadera para todo natural n ?

10.- P(x) ; Q(x) son los polinomios definidos en 7.-

Que puede decir de la siguiente afirmación:

Si n es un número natural; P($\sqrt[4]{n}$)Q($\sqrt[4]{n}$) es un número natural .

11.- Verifique que la afirmación: p(x) = $x^4 + 1$ es un polinomio no factorizable en IR

es <u>falsa</u>

12.- Considere el polinomio p(x) = $3x^4$ ï $10x^3$ + 10x ï 3

12.1) Determine si la proposición:

ñx_o = ï $\frac{2}{3}$ es raíz de p(x) ñ, es verdadera o falsa

12.2) Verifique que p($\frac{1}{3}$) = p(ï 1)

12.3) Obtenga una factorización de cuatro factores ñlinealesò para p(x).

Solución.

12.1)

	3	**ï** *10*	*0*	*10*	**ï 3**
ï $\frac{2}{3}$		ï 2	8	ï $\frac{16}{3}$	ï $\frac{28}{9}$
	3	ï 12	8	$\frac{14}{3}$	ï $\frac{55}{9}$

Así p(ï $\frac{2}{3}$) = ï $\frac{55}{9}$ $\neq$ 0 , entonces la proposición:ñx_o = ï $\frac{2}{3}$ es cero o raíz de p(x) ñ, es falsa

12.2) Para evaluar p($\frac{1}{3}$) :

	3	**ï** *10*	*0*	*10*	**ï 3**
$\frac{1}{3}$		1	ï 3	ï 1	3
	3	ï 9	ï 3	9	**0**

Para evaluar $p(-1)$:

	3	***-10***	*0*	*10*	**-3**
-1		-3	13	-13	3
	3	-13	13	-3	**0**

Luego: $p(\frac{1}{3}) = p(-1) = 0$

12.3) de 12.2) se tiene que $x = \frac{1}{3} \wedge x = -1$, son ceros o raíces de $p(x)$

Es importante notar que de la tabla de 12.2) se tiene:

$$p(x) = 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3$$

$$= (x - \tfrac{1}{3})(3x^3 - 9x^2 - 3x + 9)$$

Así:

	3	***-10***	*0*	*10*	**-3**
$\frac{1}{3}$		1	-3	-1	3
	3	-9	-3	9	**0**
-1		-3	12	-9	
	3	-12	9	**0**	

Luego se tiene:

$p(x) = 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = (x - \frac{1}{3})(x + 1)(3x^2 - 12x + 9)$

Pero: $3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x - 3)(x - 1)$

Así finalmente: $p(x) = 3(x - \frac{1}{3})(x + 1)(x - 3)(x - 1)$